შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები მათემატიკის 55-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 6

03.05.2014/ მათ/III/ M 355

ამოცანა № 1

გვერდი № 1

დავალაგოთ ეს რიცხვები ზრდადობით მიმდევრობით, ანუ $a_1 \le a_2 \le \dots \le a_k \le \dots \le a_{n-1} \le a_n$

დავამტკიცოთ უტოლობა მათემატიკური ინდუქციის მეთოდის გამოყენებით.

(შევნიშნოთ, რომ რიცხვების ზრდადობით მიმდევრობა დაგვჭირდება ამ მოცემული უტოლობის არსში).

$n=3$-ისთვის ჩანს შემოწმებულია და ამიტომ დავუშვათ.

დავუშვათ უტოლობა სამართლიანია $n=k$-სთვის, მაშინ დ.ვ. რომ სამართლიანი იქნება $n=k+1$-სთვისაც.

შევნიშნოთ, რომ $\frac{a_n^3}{a_n^2+a_1a_2} \geq \frac{a_n}{2}$ რადგან $a_1a_2 \le a_n^2$. ამიტომ $\Rightarrow$

$\frac{a_{n-1}^3}{a_{n-1}^2+a_na_1} \geq \frac{a_{n-1}}{2}$ რადგან $a_1a_n \le a_{n-1}^2$.

რაც ცხადია მიმდევრობა.

მაშასადამე, თუ უტოლობა სამართლიანია $n=k$ რიცხვისთვის მაშინ ის სამართლიანი იქნება $n=k+1$-სთვის რადგან n-ის [illegible] უტოლობა [illegible] სამართლიანი [illegible], რაც უნდა ვაჩვენოთ. რეგ.

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები მათემატიკის 55-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

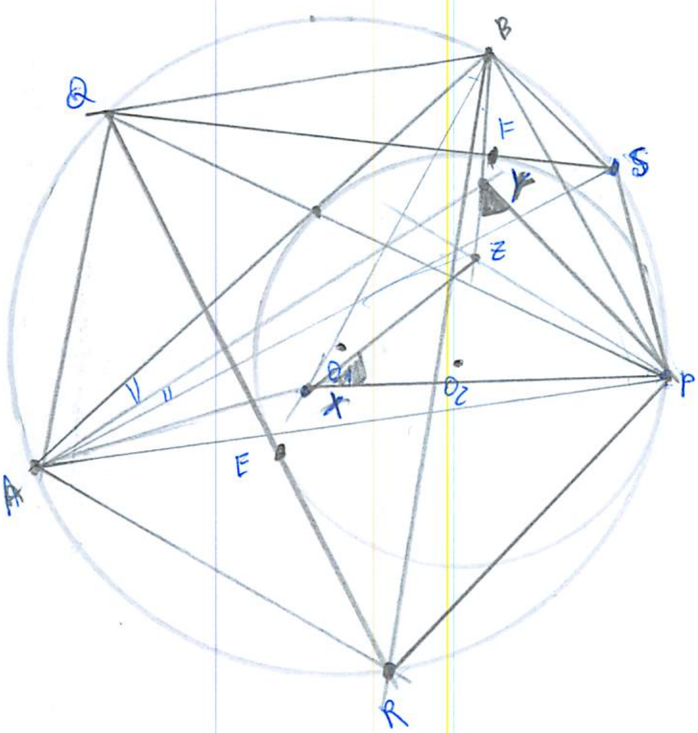
მაგიდა № 6

03.05.2014/ მათ/III/ M355

ამოცანა № 2

გვერდი № 1

დ.ტ. $\angle PXZ + \angle PYZ = 90^0$



1) შევნიშნოთ, რომ O_1 O_2 და P ერთ წრფეზეა

2) ოთხკუთხედი $QEFO_2$ ციკლურია. რადგან $O_2E \perp EQ$ და $O_2F \perp QF$

3) $QE = QF$.

$\angle BAP = \angle BQP = \angle BRP$.

B, Y და Z კოლინეარულია. რადგან Y და Z, B-ს ბისექტრისაზე დევს

$AQPR$ ციკლურია.

$\angle QPA = \angle QBA = \angle QRA = \angle QSA$.

$\angle PAR = \angle PQR = RBP$.

$\angle BAY = \angle YAS$ ბისექტრისაა

$QBPR$ ციკლურია

$ABSP$-ზე შემოხაზული წრეწირის S-ზე [illegible] ოთხკუთხედის ბისექტრისის გადაკვეთის წერტილი.

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები მათემატიკის 55-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 6

03.05.2014/ მათ/III/ M355

ამოცანა № 3

გვერდი № 1

$$\left|\frac{a-b}{c-d}-1\right|<\frac{1}{100\,000}$$

$$\left|\frac{(a-b)-(c-d)}{c-d}\right|<\frac{1}{100\,000}.$$

ან $\dfrac{(a-b)-(c-d)}{c-d}<\dfrac{1}{100\,000}$

$100\,000(a-b)-100\,000(c-d)<c-d$

$100\,000(a-b)<100\,001(c-d)$

თუ $a-b\leq c-d$ მაშინ ამოცანის პირობა სრულდება, რადგან $100\,000<100\,001$

განვიხილოთ $a-b>c-d$ $\longrightarrow$ >>

მაშასადამე: $\left|\dfrac{a-b}{c-d}-1\right|<\dfrac{1}{100\,000}$

ან $-\dfrac{(a-b)-(c-d)}{c-d}<\dfrac{1}{100\,000}.$

$$\frac{(a-b)-(c-d)}{-(c-d)}<\frac{1}{100\,000}$$

$100\,000(a-b)-100\,000(c-d)>-(c-d)$

$100\,000(a-b)>99\,999(c-d)$

რადგან $a-b>c-d$ მაშინ მოცემული პირობა სრულდება ნებ. შემთხვევაში.